أثر الأصابع في العد[1]

عشرُ دوراتٍ للقمر كانت تؤلف السنة الرومانية ،
وكان ينظر إلى هـذا العدد نظرة احترام عظيم ،
وربما كان السبب احتياجنا إلى العـدّ على الأصابع ،
أو لأن المرأة تلد بعد مضاعف خمسة أشهر ،
أو لأن الأعداد تكبر حتى تصل إلى العشرة ،
ثم تبدأ مجدّداً من الواحد إيقاعها المنتظم .

« مترجمة عن الجزء الثالث من قصيدة
فاستي للشاعر الروماني أوفيـد[2] »

(١)

عملك الإنسان حتى في مراحل تطوّره الدنيا ملـكة سأسميها « حاسة العدد » ، إذْ لم أجـد أسماً أحسن من هـذا الأسم وهذه الملـكة تساعده أن يعرف أن شيئاً ما قد طرأ على مجموعـة صغيرة ، فغير فيها ، وذلك إما بأخذ شيء منها ، وإما بإضافة شيء اليها من غير علم منه .

ويجب ألّا يُخـلَط بين « حاسـة العدد » و « العدّ » الذي هو في الأرجح ثمرة متأخرة جـداً ، ويتضمن كما سـنرى عملية فكرية لا تبرأ من التعقيد . والعدّ بحسب ما بلغه علمنا أمر خاص بالإنسان وحدَهُ ، ولـكن بعض أنواع الحيوان تملك على ما يظهر حاسـة بدائية للعدد قريبةً من حاستنا ، أو هذا هو على الأقل رأي ذوي الـكفاية من ملاحظي سلوك الحيوان .

ويدعم هذه النظرية طائفة قيمة من البراهين . مثال ذلك : أن لدى الـكثير من الطيور حاسةً للعدد كهذه ، فإذا احتوى عش على أربع بيضات ، أمكن أخذ واحدة منها بأمان أما

(١) مترجم من كتاب « العدد لغة العلم Number The banguage of Science » تأليف « توبياس دانتزيك Tobias Dantzig أستاذ الرياضيات في جامعة ميريلاند في الولايات المتحدة الأمريكية » .

(٢) « أوفيد » شاعر روماني عاش في الفترة (٤٣ ق م — ١٨ ب م) ، نظم قصيـدة باللغة اللاتينية من ستة أجزاء ، وسماها « فاستي » .

إذا أخذت أثنتان ، فالطائر يفرّ في الغالب ، فهو يستطيع بطريقة لا يمكن تعليلها أن يميّز بين الأثنين والثلاثة . ولـكن الملـكة ليست مقتصرة بوجه من الوجوه على الطيور وحدها والواقع أن أغرب مثال نعرفـه هو عن حشيرة تسمى (Solitarywasp وهي من نوع الزنابير) .

فالزنبورة الأم تضع بيضها في خلايا مســتقلة ، وتمد كل بيضة بعـــدد من اليساريع « Caterpillars » ليعيش عليها الصغار عندما ينفقس عنها البيض ولـكن عدد الضحايا التي تزود أمهات كل نوع خلاياها بهـا ثابت ثباتاً عجيباً فبعض الأنواع يقدّم خمسـة يساريع ، وبعضها يقدّم أثني عشر يسروعاً ، وآخر يصل إلى ٢٤ يسروعاً للخلية الواحدة ولـكن أغرب من ذلك كله ما يصنعه النوع المسمى (جينوس فيومينوس Genus Fumenus) ، وهو نوع يكون الذكر فيه أصغر جـداً من الأنثى فالأم تميز بطريقة خفية ما ستنفقس عنه البيضة من ذكر أو أنثى ، وعوجب ذلك تمين كمية الطعام ، فهي لا تغير نوع الفريسة أو حجمها ولـكنها تمد البيضة بخمس ضحايا إن كانت ذكراً ، وبعشر إن كانت أنثى

إن الانتظام في عمل الزنبور وحقيقة كون هـــذا العمل يرتبط بوظيفة أسـاسية في حياة الحشرة ، يجعل هذه الحالة الأخيرة أقل إقناعاً لنا من الحادثة الآتية التي يظهر منها أن العمل الذي يقوم به الطائر فيها يتاخم منطقة الشعور :

أراد سـيّد أن يقتل غراباً عشش في برج المراقبـة في مقاطعته ، وحاول مباغتتـه مراراً ، فأخفق ، وذهبت محاولاته كلها سدى ذلك أن الغراب كان يغادر عشه عنـد أقتراب الرجل ، ويقف محترساً على شجرة بعيـدة ، حتى إذا فارق الرجل البرج ، عاد إلى عشه وتفتق ذهن السـيّد ذات يوم عن حيلة ، بأن أدخل في البرج رجلين ، ثم خرج أحدهما وذهب ، وبقي الآخر داخل البرج ليباغت الغراب . ولـكن الغراب لم يخدع ، بل بقي مـكانه إلى أن خرج الرجل الآخر وأعاد الرجل التجربة في الأيّام التالية برجلين وثلاثة وأربعة ، ولـكن من غير جدوى . وأخيراً أرسل خمسة رجال ، فدخلوا البرج ، ثم خرج أربعة وغادروا المـكان ، وبقي

واحد في البرج ، وحينئذ أضاع الغراب حسابه ، فعاد فوراً إلى عشه ، لعدم تمييزه بين الأربعة والخمسة .

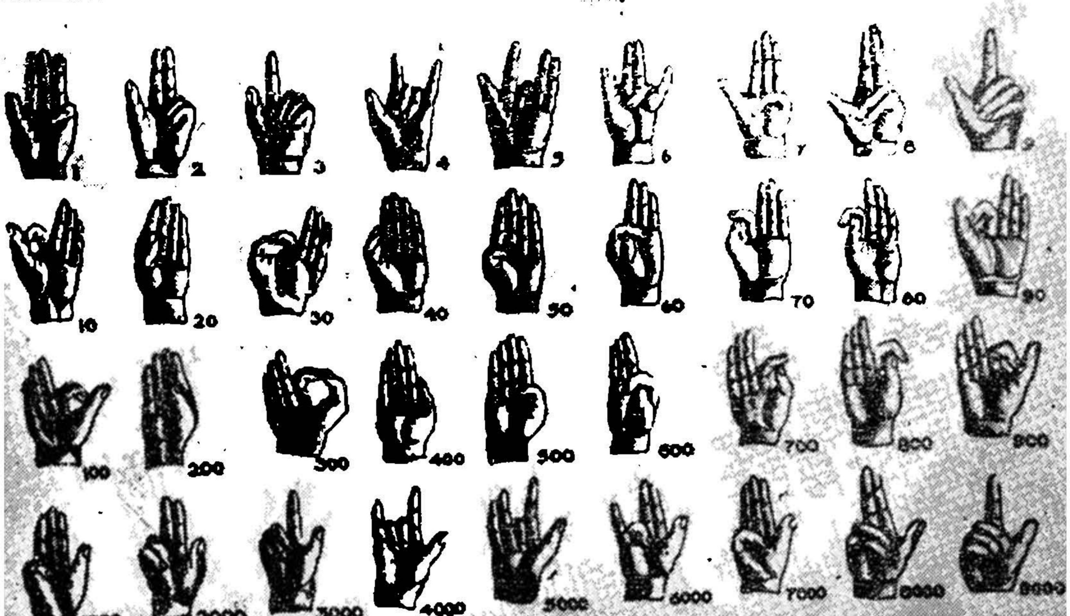
(٢)

يمكن إقامة حجتين على مثل هـذا الدليل : الأولى — أن الأنواع التي لديها حاسة عدد كهذه قليلة جداً ، فلم يعثر على مثل هـــذه الملكة لدى الحيوانات اللبونة ، بل هي مفقودة على ما يظهر حتى عند القرود والثانية — أن حاسة العدد عند الحيوانات في جميع الحالات المعروفة هي من ضيق النطاق بحيث يمكن إهمالها

أما الحجة الأولى ، فلها وزنها وإنه لأمر عجيب حقاً أن تكون ملكة معرفة العدد مقصورة على بعض الحشرات والطيور والإنسان ، وقد أخفقت جميع التدقيقات والتجارب التي أجريت على الكلاب والخيل والحيوانات الأليفة الأخرى في إظهار أية حاسة عدد عندها !

أما الحجة الثانية ، فقيمها ضئيلة ، لأن نطاق حاسة العدد عند الإنسان أيضاً ضيق جداً . ففي كل حالة واقعية اقتضب الرجل المتحضر أن يبصر عدد نراه بصورة شعورية أو لاشعورية ، يساعد الحس المباشر بالعدد عنده بوسائل ، كقراءة النماذج المتماثلة ، أو التصنيف الذهني ، أو العد . والعد بصورة خاصة ، صار جزءاً مكملاً لجهازنا الفكري ، بحيث أصبحت معه الفحوص لحاسة العدد محاطة بصعوبات عظيمة ومع ذلك حصل شيء من التقدم ، فقد أدت التجارب الدقيقة إلى نتيجة لا تقبل الجدل ، وهي أن الحس بالعدد — بالإبصار المباشر لدى الرجل الاعتيادي المتحضر — قلما يتجاوز الأربعة أما بحاسة اللمس ، فهو أضيق نطاقاً من ذلك .

ودراسات أحوال الانسان في الأقوام البدائية تعزز هـذه النتائج تعزيزاً عجيباً ، فقد أظهرت أن الأقوام الهمجية التي لم تبلغ بعد مرحلة العد على الأصابع ، تكاد تكون محرومة بالكلية من أي احساس بالعدد . وهـذه هي الحالة لدى قبائل عديدة في أستراليا وفي جزر البحر الجنوبي وفي أمريكة الجنوبية وإفريقية . و (كر Curr) الذي قام بدراسات واسعة لأسترالية البدائية ، يعتقد أن قليلاً من السكان الأصليين يبلغون بالعد أربعة ، ولا يوجد أسترالي



FINGER SYMBOLS

واحد بين من هم في الحالة الهمجية يصل بالعد الى سبعة أما جماعة البوشمن في إفريقية الجنوبية ، فليس لديهم من الأعداد إلاّ « واحد » و « أثنان » و « كثير » ، بل هم يلفظون هـــذه الـكلمات بشكل مدغم غير واضح بحيث يشك أنهم يقصدون بها معنى معيناً

ومع وجود أسباب كثيرة تدعو إلى الشك ، فليس ثمة من سبب يدعو الى الأعتقاد أن أجدادنا الأقدمين كانوا أوفر علماً من هؤلاء ، لأن اللغات الأوربية كلها تحمل آثار مثل هذه الحدود الضيقة ، فالـكلمة الانكليزية « thrice » مثل الـكلمة اللاتينية « ter » تحمل معنيين : « ثلاثة أمثال » و « كثير » وثمة علاقة بين الـكلمات « tres » و « three » و « trans » أي « ما وراء » تغري بالقبول ، ويمكن أن يقال مثل ذلك فيما يتعلق بالـكلمة الفرنسية « tres » « جداً » أو « كثير » و « troi » « ثلاثة »

إن نشوء العدد يختفي وراء حجاب لا يمكن خرقه ، يتغلغل قبل التأريخ بعصور لا يحصى عددها فهل الفكرة ولدت من التجربة ، أو التجربة كانت مجرد عامل أظهر بوضوح ما كان كامناً في الفكر البدائي ؟ هذا بحث شائق للتخمين فيما وراء الطبيعة ، وهو لهذا السبب يخرج عن نطاق هذه الدراسة

وإذا كان لنا أن نحكم على تطور أجدادنا الأقدمين بالحالة العقلية للقبـــائل المعاصرة ، فلا مناص من الجزم بأن البدايات كانت تافهة جداً حسّ بدائي بالعدد ليس أوسع نطاقاً مما تملكه الطيور ، كان النواة التي نشأت عنها فكرة العدد ولا ريب في أن الإنسان لو أقتصر على هـذا الإحساس الآني بالعدد ، لما تقدم في فن الحساب أكثر من الطيور ولـكنه بتأثير سلسلة من حالات عجيبة ، تعلّم أن يعاون إحساسه المحدود جداً بالعدد بوسيلة قدر أن يكون لها أثر بالغ في حياته المقبلة . وهذه الوسيلة هي العدّ فإليه يُعْـزَى هذا التقدم الباهر الذي أحرزناه في التعبير عن الـكون بدلالة العدد

(٣)

وفي بعض اللغات البدائيـة ، كلمات لـكـلّ لون من ألوان قوس قُزَحَ ، إلا « اللون » ،

فلا كلمة له فيها ولغات أخرى فيها أسماء الأعداد ، ولـكن ليس فيها كلمة « عدد » . ويصدق ذلك على أفكار أخرى واللغة الانكليزية غنية في تعابيرها الأصليـــة عن أنواع خاصة من المجموعات : flock سرب ، و herd قطيع ، و set « طقم » ، و lot جملة ، و bunch حزمة ـ تستعمل في حالات خاصة ومع ذلك فالـكلمتان : Collection مجموعـة ، و Aggregate جمهرة ، هما من أصل غريب عنها

والمحسوسات قد سبقت المجردات يقول برراند رسـل : لقد أقتضى مرور أزمنة كثيرة قبل أن يكشف عن أن زوجين من الدراج ويومين هما مثالان للعدد « أثنين » وحتى في يومنا هذا نجد طرقاً قليلة للتعبير عن أثنين مثل pair و Couple وset و team و twin و brace ... الخ ، ويراد بها كلها الزوجان بحسب مواضعها في الاستعمال

ونجد في اللغة التمشية (Themshian) لإحدى قبائل كولمبية البريطانيـة مثالاً عجيباً في بابه عن التطرف في المحسوسات ، ففيها سبعة « أطقمة » متمايزة لأسماء الأعداد ، يستعمل أولها في عد الأشياء المسطّحة والحيوان ، والثاني للأشيـاء المدوّرة والزّمن ، والثـالث للرجال ، والرابع للأشـياء الطويلة والأشجار ، والخامس للطوافات (القوارب المنحوتة من الخشب Canoes) ، والسادس للقياسات ، والسابع للعد حين لا يوجد ما يعدّ . وهذا الأخير هو ، في الأرجح ، أحدث تطور . أما الأخرى ، فيجب أن تكون من بقايا أقدم العهود يومَ لم يكن رجال العشيرة قد تعلموا العدّ بعدُ .

إن العدد هو الذي أدمج المحسوسات ، وكذلك التصور غير المتجانس عن التعدد ، وهو من خصائص الإنسان البدائي ، بفكرة العدد المجرد المتجانس وبذلك أصبحت الرياضيـات أمراً ممكناً ومع ذلك فان من العجب إمكان الوصول إلى فكرة منطقية واضحة الحدود عن العدد من غير التجاء إلى وسيلة العد .

ندخل بهواً ، فنجد مجموعتين من مقاعد ومستمعين ، ونستطيع أن نتحقق من غير أن نعدّ أكانت المجموعتان متساويتين أم لا ، وإن تبـاينتا فأيهما أكبر ؟ ذلك أنه لو شـغل كل

مقعد ، ولم يبق أحد واقفاً ، نعلم من غير عـدّ أن المجموعتين متساويتان ولو شـغل كل مقعد ، وبقي نفر من المستمعين واقفاً ، لعلمنا من غير عـدّ أن عدد الناس أكثر من المقاعد .

لقد توصلنا الى هذه المعرفة بعملية تسيطر على جميع الرياضيات ، ويطلق عليها أسم « التناظر واحداً لواحد » . وهي تتألف من تخصيص شيء من مجموعة بشيء من مجموعة أخرى ، ويستمر على ذلك حتى تنتهي إحدى المجموعتين أو كلتاهما

إن فن العدد لدى الكثير من الأقوام البدائية ، يقتصر على مثل هذا التناظر ، فقـد كانوا يسجّلون قطعانهم وجيوشهم بحزوز تفرض في شجرة ، أو بحصـى يجمل أكواماً أما أن أجدادنا كانوا بارعين في مثل هذه الطرق ، فيشهد عليه أشتقاق كلمتي tally ، ومعناها عـدّ ، أو جرد ؛ وكلمة calculate ، ومعناهـا أحصى فالأولى مأخوذة من الكلمة اللاتينيـة talea ومعناها قطع أو حزّ ، والثانية من الكلمة اللاتينية calculus ، ومعناها حصاة [1] .

وعملية التناظر كما تلوح لأول وهلة ليست أكثر من واسطة المقارنة بين مجموعتين ، وأنها ليست قادرة على خلق العدد بالمعنى المجرد للكلمة ولـكن الأنتقال من العدد التناظري إلى العـدد المجرد ليس صعباً ، فيكفي أن تخلق مجموعات نموذجية تمثل كل منها إحدى المجموعات الممكنة . فيقتصر إذ ذاك تقدير أية مجموعة كانت على أختيار أحـد النماذج المتيسرة التي يمكن أن تقارن بالمجموعة المعطاة عضواً عضواً

ويجد الرجل البدائي مثل هذه النماذج في بيأته الخاصة . فجنـاحا طائر يمكن أن يرمزا عن العدد أثنين ، وأوراق النفل [2] عن الثلاثة ، وأرجل الماشية عن الأربعة ، وأصـابع يده عن الخمسة . ويمكن العثور في الكثير من اللغات البدائية على مثل هذا الأصل لأسماء الأعـداد فإذا ما ابتدع أسم عدد وأصطلح عليه ، يصبح بالطبع نموذجاً كالشيء الذي كان يمثله بالأصل . وضرورة التمييز بين أسم الشيء المستعار وما يرمز عن العدد نفسه ، أستدعت بالطبع إحـداث تغيير في الصوت ، وبمرور الزمن ضـاعت من الذاكرة الملاقة نفسهـا بين الاثنين وبتعلم

(١) يناظر ذلك في اللغة العربية كلمتا : حصى وهي صغار الحجارة ، وإحصاء وهو العد

(٢) نبت من أحرار البقول ، نوره أصفر ، طيب الرائحة الواحدة نفلة

الإنسان بالتدرج الاعتماد أكثر فأكثر على لغته ، أصبحت الأصوات تحل محل الصور التي تمثلها ، وأخذت النماذج الحسية الأصيلة الصيغ المجردة لأسماء الأعداد والذاكرة والعادة تميز هذه الصيغ المجردة ما يجعلها كالمحسوسات وهكذا أصبحت الكلمات الصرفة مقابيس للتعدد

(٤)

إن الفكرة التي وصفها الآن تسمى العدد الجُمْلِيّ Cardinal number فالعدد الجُمْلِيّ يعتمد على قاعدة التناظر ، ولا يعني العدّ وليس يكفي في عملية العدّ أن يكون لدينا صف من النماذج على كونه واسعاً ، بل يجب أن نبدع نظاماً عددياً ، أي أن مجموعة النماذج يجب أن ترتب ترتيباً تصاعدياً ، فتتسلسل بحسب مقاديرها المتصاعدة تسلسلاً طبيعياً : واحـــد ، إثنان ، ثلاثة ... الخ فإذا ما أُبتدع هـذا النظام ، فإن عدّ مجموعة يعني أن يخصص بكل عضو كلمة في التتابع الطبيعي بتسلسل منتظم حتى تنفد المجموعة والكلمـــة المخصصة في التتابع الطبيعي بالعضو الأخير من المجموعة ، تسمّى « العدد الترتيبي Ordinal Nnmber » المجموعة .

والنظام الترتيبي يشبه هيأة السبحة ، ولكن ذلك بالطبع ليس جوهرياً فالنظام الترتيبي يظهر للوجود حين تحفظ الذاكرة الأسماء القليلة الأولى للأعداد بتسلسلها المرتب مع إبداع خطة صوتية للانتقال من أي عدد أكبر الى الذي يليه

ولقد علمنا أن الانتقال من العدد الجُمْلِيّ إلى العدد المرتب سهل سهولة تجعل المظهرين يلوحان شيئاً واحداً فلأجل وجدان تعداد مجموعة ـ أي عددها الجُمْلِي ـ لم نعد نعبأ بتاتاً بالبحث عن مجموعة نموذجية نجري المقارنة معها ، بل نعدها ويعزى تقدمنا في الرياضيات إلى تعلمنا تشخيص المظهرين فبينما نحن في الواقع نهتمّ حقاً بالعدد الجُمْلِي ، إذا هو ليس بقادر على أن يخلق حساباً فإن العمليات الحسابية تعتمد على الفرضية المفهومة ضمناً أن في وسعنا على الدوام أن ننتقل من عددٍ ما الى الذي يعقبه ، وهذا هو جوهر الفكرة الترتيبية .

وهكذا ، لا تستطيع المقارنة وحدها أبتداع فن العد فلو فقدنا القدرة على تنظيم الأشياء بتسلسل مرتب ، لما أمكن حدوث أكثر من تقدم تافه فالتناظر والتسلسل ، وهما المبدآن

اللذان يتخللان كل الرياضيات ، بل كل دائرة التفكير المضبوط ، يتغلغلان في صميم نظامنا العددي .

(٥)

ومن الطبيعي أن نتساءل عند هذه المرحلة : هل كان لهذا التمييز الدقيق بين العدد الجلي والعدد الترتيبي أثر في التاريخ القديم لفكرة العدد ؟ إذ من المغري أن نظن أن العدد الجلي المعتمد على المقارنة وحدها سبق العدد الترتيبي الذي يتضمن المقارنة والترتيب معاً . ولكن أدق التحريات في الثقافات البدائية واللغات ، عجزت أن تظهر مثل هذه الأسبقية ، فحيثما وجد شيء ما من فن العدد وجدت معه كلتا الوجهتين .

على أنه أيضاً حيثما وجد فن للعدّ ـ جدير بهذا الاسم ـ وجد أن عد الأصابع إما أن يسبقه وإما أن يرافقه ، فقد ملك الإنسان في أصابعه وسيلة ساعدته على الانتقال بصورة غير محسوسة من العدد الجلي الى العدد الترتيبي فهو إذا أراد أن يبين أن مجموعة ما تتضمن أربعة أشياء ، رفع أو خفض أربع أصابع في آن واحد أما اذا أراد أن يعد المجموعة نفسها رفع أو خفض هذه الأصابع على التسلسل . ففي الحالة الأولى كان يستعمل أصابعه على النمط الجلي ، وفي الثانية على وفق نظام ترتيبي . وقد وجدت آثار لا تقبل الشك تدل على هذا الأصل للعد في جميع اللغات البدائية فعلاً ، ففي معظم هذه الألسنة يعبر عن العدد خمسة بـ « يد » وعن العدد عشرة بـ « اليدين الاثنتين » ، و بـ « رَجُل » أحياناً ، ثم إن أسماء الأعداد الى الأربعة في عدد كبير من اللغات البدائية هي أسماء الأصابع الأربع نفسها .

أما اللغات التي هي أرقى حضارةً ، فقد عانت من التحريف أو التصحيف ما طمس المعنى الأصلي للكلمات . و « طبعات الأصابع » حتى هنا ليست مفقودة . قارن كلمة Pontcha السنسكريتية ، ومعناها خمسة ، بأختها الفارسية Pentcha ومعناها يد ، والكلمة الروسية Piat خمسة بالكلمة Piast اليد المدودة

والانسان في نجاحه في العدّ ، مدين لأصابعه العشر ذوات المفاصل ، فهذه الأصابع هي

التي علمته كيف يعـــد ، ثم يوسع مجال العدد إلى غير حد . ولم يكن للانسان من غير هـذه الوسيلة أن يتجاوز في فن العد حاسة العـدد البدائية مجاوزاً كثيراً ومن المستساغ أن نخمن أنه لولا أصابعنا لبقي نشوء العدد ثم نشوء العلوم المضبوطة التي ندين لها بتقدمنا المادي والفكري مبتوراً لا أمل في تكامله .

(٦)

ومع ذلك ، ففيما عدا أن أولادنا يتعلمون العدّ على أصابعهم وأننا أنفسنا نلتجيء اليها أحياناً كعلامة للتأكيد ، ضاع فن العـــدّ على الأصابع عند الإنسان المتمدن الحديث . فإن ظهور الكتابة سهل العدّيّة ، والتعليم العام أدى الى هجر هذا الفن لانتفاء الحاجة اليه . ومن الطبيعي في الأحوال الحاضرة عنـدنا أن نبخس الخدمة التي أدتها الأصابع في تأريخ الحساب . فمنذ زمن ليس بأكثر من مئات قليلة من السنوات ، كان العدّ بالأصابع عادةً بلغت من الشيوع في أوربة الغربية مبلغاً لا يعد معه كتاب متداول في الحســاب كاملاً ما لم يعط تعليمات وافية عن هذه الطريقة (أنظر الصورة) .

إن فن استعمال الأصابع في العـدّ وفي إجراء العمليات الحسابية السهلة ، كان يومئذ من صفات الرجل المهذب ، وقد تجلت البراعة العظمى عند إبداع قواعـــد للجمع والضرب على الأصابع . وهكذا نجـد أن الفلاح في أواسط فرنسة (لوفرن Auvergne) يستعمل حتى اليوم طريقة عجيبة في ضرب الأعداد فوق الخمسة فهو إذا أراد أن يضرب ٩ × ٨ يقبض ٤ أصابع من يده اليسرى (وال ٤ هي زيادة ال ٩ على ال ٥) و٣ أصابع من يده اليمنى (٨-٥) ، فعـــدد الأصابع المقبوضة يعطيه رقم العشرات في الحاصل ، وحاصل ضرب الأصابع غير المقبوضة (١ × ٢ = ٢) يعطيه رقم الآحاد وقد لوحظ وجود مثل هذه الطرائق في أماكن متباعدة مثل بسرابية وصربية وسورية وحقيقة أن هذه البلدان كانت جميعاً في عهد ما أجزاء من الإمبراطورية الرومانية العظيمة يـدعو إلى الظن أنها طرائق ذات أصل روماني . ومع ذلك فالعقل يستسيغ بالقوّة نفسها الأخذ بأن هـذه الطرائق نشأت نشأةً مستقلة ؛ لأن الأحوال

المتشابهة تولد نتائج متشابهة .

والقسم الأعظم من البشرية حتى اليوم يعد بأصابعه ، إذ يجب أن نتذكر أن هذه هي الوسيلة الوحيدة للرجل البدائي في إنجاز حساباته السهلة في حياته اليومية

(٧)

ما عمر لغتنا العددية ؟ من المستحيل تبيان المدة المضبوطة لنشوء أسماء الأعداد ، ولكن هنالك دليل لا يقبل الخطأ : هو أنها سبقت التأريخ المدوّن بآلاف كثيرة من السنين ولقد ذكرنا سابقاً إحدى هذه الحقائق ، وهي أن آثار المعاني الأصلية لأسماء الأعداد في اللغات الأوربية قد ضاعت ، مع احتمال استثناء الخمسة وهذا أمر يلفت النظر ؛ لأن أسماء الأعداد تمتلك ، كلمة معدة ، ثبوتاً عجيباً . فبينما أحدث الزمن تغييرات جذرية في جميع المظاهر الأخرى ، نجد أن كلمات الأعداد لم تتأثر فعلاً وقد أستخدم علماء اللغات هذا الأستقرار في تتبع القرابة بين مجموعات من اللغات تدل الظواهر على أنها متباعدة وندعو القارىء أن يفحص الجدول في آخر هذا الفصل حيث يجد مقارنة بين أسماء الأعداد في اللغات الهندية الأوربية البارزة

لماذا إذن لم يعثر — على الرغم من هذا الثبوت — على أثر للمعنى الأصلي ؟ إن التفسير المعقول هو أنه بينما بقيت أسماء الأعداد من غير تغيير منذ ظهورها ، طرأ على أسماء الأشياء الأخرى تغيّر تام

(٨)

أظهرت البحوث اللغوية أن بنيان لغة الأعداد يكاد يكون متشابهاً عند الكل ، فقد تركت أصابع الانسان العشر طابعها الخالد في كل مكان

والواقع أنه لا مجال للشك في تأثير الأصابع العشر في أختيار أساس نظامنا العددي ، فالعشرة هي أساس العد يقيني جميع اللغات الهندية الأوربية ، وكذلك في اللغات السامية والمغولية ومعظم اللغات البدائية ، أي أنه توجد أسماء مستقلة للأعداد الى حد العشرة التي تستعمل بعدها قاعدة للمزج حتى تصل الى ال ١٠٠ وفي جميع هذه اللغات كلمات مستقلة

لـ ١٠٠ ولـ ١٠٠٠ ، وفي بعضها الى وحدات عشرية أعلى ، وأستثناءات ظاهرة مثل **eleven** أحـد عشر و **twelve** اثني عشر الانكليزيتين ، ومثل **elf** أحـــد عشر و **zwolf** أثني عشر الألمانيتين ، وهذه تعود إلى **ein lif** و **zow lif** وكلة **lif** في الألمانية القديمة تعني عشرة .

ومن المحقق أنه بالإضافة إلى النظام العشري كان لأساسين عديين آخرين شيء من الانتشار . ولـكن خواصها تطابق الى مدى بعيد طبيعة تعـدادنا المشتقة من هيأة الإنسـان . وهـذان النظامان الآخران هما النظام الخمسي وأساسه ٥ ، والعشريني وأساسه ٢٠

ففي النظام الخمسي أسماء مستقلة للأعداد الى حد الخمسة ، ثم يبدأ بالتركيب بعد ذلك (أنظر الجدول في آخر هذا الفصل) ومن الواضح أنه ظهر بين الأقوام التي كانت لها عادة العدّ على يد واحدة. ولـكن لماذا يقصر الإنسان نفسه على يد واحدة ؟ إن التفسير المعقول لذلك هو أن الإنسان البدائي قلما كان يسير من غير سلاح فاذا ما أراد العد ، وضع سلاحه تحت إبطه الأيسر ، ثم يعد على يده اليسرى مستعملاً يده اليمنى في حسابها . وقد يفسر هـذا لنا لماذا يستعمل الناس الأيامن على وجه العموم تقريباً اليد اليسرى في العد .

ولا تزال بعض اللغات تحمل آثار النظام الخمسي ، ولنا أن نعتقـد أن النظام العشري مرّ بمرحلة النظام الخمسي . ويزعم عدد من علماء اللغات أن التعابير عن الأعداد حتى لدى الأقوام الهندية الأوربية هي ذات أصل خمسي ، ويشيرون الى الـكلمة اليونانية **Pempazein** ومعناها العد بالخمسات ، وإلى الخاصية الخمسية التي لاتقبل الشك في الترقيم الروماني . على أنه ليس هنالك دليل آخر من هذا النوع ، وأرجح من ذلك بكثير أن هـذه المجموعة من اللغات مرت بمرحلة عشرينية أبتدائية

وهذا النظام نشأ لدى القبائل البدائية التي تعد على أصابع رجليها كما تعد على أصابع يديها ، وأبرز مثال لهـذا النظام هو ما يستعمله هنود المايا في أمريكة الوسطى ، فاليوم عند الأزتكيين **Aztecs** مقسم الى ٢٠ ساعة ، وفرقة الجيش تتألف من ٨٠٠٠ جندي وهي (٢٠ × ٢٠ × ٢٠) .

ومع أن النظم العشرينية الصرفة نادرة جداً ، فان عدداً وافراً من اللغات أمتزج فيها النظامان

العشري والعشريني ، ففي اللغة الانكليزية كلمة Score ومعناها ٢٠ و two score ومعناها عشرينان و three score ثلاث عشرينات ، وفي الفرنسية vignt ومعناها ٢٠ و quatre vingt (٤ × ٢٠) ومعناها أربع عشرينات أي ثمانون . والفرنسيون القدامى يستعملون هذه الصيغة أكثر من غيرها ، ففي باريس مستشفى أنشيء في الأصل ليضم ٣٠٠ جندي أعمى من ضحايا الحروب يحمل الاسم الغريب quenze - vingt (خمسة عشر عشريناً) ، والاسم onze-vingt (أحد عشر عشريناً) يطلق على سرية من عرفاء الشرطة ، وهي تتألف من ٢٢٠ شخصاً .

(٩)

ولدى أقرب القبائل الى الحالة البدائية في أسترالية وإفريقية نظام عددي ليست الـ ٥ أو الـ ١٠ أو الـ ٢٠ أساساً له . إنه النظام الثنائي أي الذي أساسه اثنان فإن هؤلا المتوحشين لم يصلوا بعد الى العد على الأصابع ، فعندهم أسماء للعدد واحد وللعدد اثنين ، ثم أعداد مركبة الى الستة . وكل شيء أكثر من ستة ، يسمى « كوماً »

ويدّعي (كر Curr) الذي نقلنا عنه بمناسبة ذكر القبائل الأسترالية أن معظمهم يعد بالأزواج ، وأن هذه العادة متأصلة فيهم بحيث أنهم قلما يفتقدون نقصان دبوسين أخذا من صف فيه سبعة ، ذلك أن حسهم بالتماثل أقوى من حسهم العددي .

ومن الغريب أن تجد هذه الأسس البدائية جداً محامياً عنها ـ في العصور الحديثة نسبياً ـ في شخص ليس أقل من ليبنتز . وان التعداد الثنائي لا يتطلب أكثر من رمزين هما (٠) الصفر و (١) الواحد اللذان بهما يمكن أن يعبر عن جميع الأعداد الأخرى كما يبينه هذا الجدول :

النظام العشري	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
النظام الثنائي	١	١٠	١١	١٠٠	١٠١	١١٠	١١١	١٠٠٠

النظام العشري	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦
النظام الثنائي	١٠٠١	١٠١٠	١٠١١	١١٠٠	١١٠١	١١١٠	١١١١	١٠٠٠٠

ومزايا الأساس الثنائي هي اقتصاد في الرموز وسهولة عظيمة في العمليات ، إذ يجب أنه نتذكر كل نظام يتطلب حفظ جداول جمع وضرب ، وفي النظام الثنائي يقتصر ١ + ١ = ١٠ و ١ × ١ = ١ . أما النظام العشري فيه ١٠٠ مدخل ، غير أن هذه المزية تنهار أمام فقدان الاختصار ، فالعدد العشري ٤٠٩٦ = $٢^{١٢}$ يصبح عند التعبير عنه بالنظام الثنائي ١ر٠٠٠ر٠٠٠ر٠٠٠ر٠٠٠

وهذا الجمال الروحاني في النظام الثنائي هو الذي دعا ليبنتز أن يهتف قائلاً « الواحد يكفي لخلق كل شيء من لا شيء » يقول لابلاس : « لقد رأى ليبنتز صورة الخليقة في حسابه الثنائي ... فقد تصور أن الوحدة تمثل (الله) ، والصفر يمثل العدم ، وأن الموجود الأسمى خلق جميع الكائنات من العدم كما تعبر الوحدة والصفر عن جميع الأعداد في نظامه العددي . وقد راقت هذه الفكرة ليبنتز حتى نقلها الى كريمالدي الجزويتي رئيس المجمع الصيني الرياضي مؤملاً أن شعار الخليقة هذا قد يسبب هداية إمبراطور الصين الذي كان مولعاً بالعلوم . إنني أذكر ذلك لمجرد أن أبين كيف أن آراء الطفولة الفجة يمكن أن تغشي حتى على بصيرة أعظم الرجال » .

(١٠)

من الممتع أن نخمن الاتجاه الذي كان يتخذه تأريخ الحضارة فيما لو كان الإنسان أجذم بدلاً من أن تكون له الأصابع ذات المفاصل ، فلو نشأ أي نظام عددي في مثل تلك الظروف لكان من الطراز الثنائي :

إن اقتباس البشرية للنظام العشري هو مصادفة فيزيولوجية ، وعلى أولئك الذين يرون العناية الالٓهية في كل شيء أن يعترفوا أنها كانت رياضياً ضعيفاً . ذلك أن النظام العشري ، فيما عدا مزيته الفيزيولوجية ، ليس له ما يسوغه إلا اليسير ، فان أي أساس آخر — وقد نستثني منه

التسمة ـ كان يمكن على الأرجح أن ينجز الشيء نفسه على صورة أفضل .

ولو ترك أختيار الأساس لجماعة من المحنكين لكان من المحتمل أن نشهد خصاماً بين الرجل العملي الذي سيصر على أتخاذ أساس يحتوي على أكبر عدد من القواسم مثل ١٢ ، والرياضي الذي يريد عدداً أولياً مثل ٧ أو ١١ . وقد أقترح العالم الطبيعي المظيم بوفون في القرن الثامن عشر أتخاذ النظام الأثنى عشري نظاماً عاماً ، فأشار الى حقيقة وجود ٤ قواسم لـ ١٢ ، على حين ليس للعشرة غير قاسمين أثنين ، وأكد أن الشعور بنقص النظام العشري كان على مدى العصور حاداً ، فمع أن العشرة كانت هي الأساس العام كانت معظم المقاييس تقسم الى ١٢ وحدة ثانوية .

وأدّعى الرياضي العظيم لاكرانز أن أتخاذ عدد أولي أساساً أوفق من ذلك بكثير ، وأشار إلى أن أتخاذ أساس أولي يجعل كل كسر نظامي غير قابل للأختصار ، وهو لذلك سيمثل العدد بصورة فريدة . ففي نظامنا الحاليّ يمثل الكسر العشري ٣٦ر٠ مثلاً عدداً كبيراً من الكسور الاعتيادية : $\frac{٣٦}{١٠٠}$ ، $\frac{١٨}{٥٠}$ ، $\frac{٩}{٢٥}$ ، .... ومثل هذا الغموض إذا أتُخذ عدد أولي مثل ١١ أساساً ، يقلّ كثيراً

وسواء أختارت هذه الجماعة المحنكة التي أودعنا اليها أختيار الأساس عدداً أولياً أو عدداً مؤلفاً ، فمن المحقق أنها لن تولي العدد ١٠ ولو شيئاً من الألتفات ؛ لأنه عدد ليس بأولي ، كما أنه لايضم عدداً كافياً من القواسم.

وما من أحد في عصرنا الحاضر — الذي حلت فيه ، في معظم الحالات ، آلات الإحصاء محل الحساب الذهني — يمكن أن يأخذ أحد هذين الأقتراحين مأخذ الجد ، فالمزايا الناجمة عن ذلك تافهة ، وعادة العد بالعشرات متأصلة بحيث تجعل تحديها أمراً مضحكاً

وتغيير الأساس حتى لو كان عملياً ، هو من وجهة نظر تاريخ الثقافة أمر غير مرغوب فيه للغاية . فما دام الإنسان يعد بالعشرات ، فأن أصابعه العشر ستذكره بالأصل الإنساني لأهم ناحية من حياته الفكرية ، وعلى ذلك فسيبقى النظام رمزاً حياً للنظرية القائلة إن « الإنسان هو مقياس كل الأشياء » .

أسماء الأعداد في اللغات الهندية الأوربية يتبين منها الاستقرار العجيب لأسماء الأعداد

الروسية	الفرنسية	الانكليزية	الجرمانية	اللاتينية	الإغريقية القديمة	السنسكريتية	
أودين odyn	ان un	ون one	آين eins	أونوس unus	ان en	إكا eka	١
دفا dva	دو deux	تو two	زفاي zwei	دو duo	دو duo	دفا dva	٢
تري tri	تروا trois	ثري three	دراي drei	تري tres	تري tri	ترى tri	٣
جيتير chetyre	كاتر quatre	فور four	فير veir	كواتور quatuor	تترا tetra	كيتور catur	٤
بيات piat	سانك cinq	فايف five	فنف funf	كوينك quinque	بنت pent	بانكا panca	٥
شست shest	سيز six	سكس six	سكس sechs	سكس sex	هكس hex	سس sas	٦
سم sem	ست sept	سفن seven	زيبن sieben	سبتم septem	هبتا hepta	سبتا sapta	٧
فوزم vosem	ويت huit	أيت eight	آخت acht	اوكتو octo	اوكتو octo	استا asta	٨
دفيات deviat	نوف neuf	ناين nine	نوين neun	نوفم novem	اينيا enea	نافا nava	٩
ديشيات disiat	ديز dix	تن ten	زهن zehn	دسم decem	ديكا deca	داكا daca	١٠
ستو sto	سنت cent	هندرد hundred	هندرت hundret	سنتم centum	اكتون ecaton	كاتا cata	١٠٠
تيشياكا tysiaca	مل mille	ثاوزند thausend	تاوزند tausend	مل mille	زيليا xilia	زهاستر sehastr	١٠٠٠

نظام عشريني نموذجي : لغة المايا في أمريكة الوسطى

١	هان	han	١
٢٠	كال	kal	٢٠
٤٠	باك	bak	$٢٠^{٢}$
٨٠٠٠	بيك	pic	$٢٠^{٣}$
١٦٠ر٠٠٠	كالاب	calab	$٢٠^{٤}$
٣ر٠٠٢ر٠٠٠	كنجل	kinchel	$٢٠^{٥}$
٦٤٠٠٠٠٠٠	آلس	alce	$٢٠^{٦}$

نظام خمسي نموذجي : لغة الأباي Api في هبريد الجديدة

المعنى	الـكلمة		
	تاي	tai	١
	لوا	lua	٢
	تولو	tolu	٣
	فاري	vari	٤
يد		luna	٥
واحد آخر	أوتاي	otai	٦
اثنان أخريان	أولوا	olua	٧
ثلاثة أخرى	أوتولو	otolo	٨
أربعة أخرى	أوفير	ovair	٩
يدان	لونالونا	luna luna	١٠

نظام اثناني نموذجي : قبيلة في غرب مضايق تور وس

أوكاسا أوكاسا أورابون • okasa okasa urapun أوكاسا أوكاسا أوكاسا ١ ، ، ، okasa	أوكاسا أورابون ٣ okasa urapun أوكاسا أوكاسا ٤ okasa okasa	أورابون urapun ١ أوكاسا okasa ٢

محي الدين يوسف